Совместные меры важности Бирнбаума для трех компонентов восстановимой системы с большим числом состояний

Birnbaum joint importance measures for three components of a repairable multistate systems

Чако В.М.[1]*, Франсон Э.С.[1], Амрута М.[1]
Chacko V.M.[1]*, Franson A.S.[1], Amrutha M.[1]
[1]*Колледж Святого Фомы (Автономный), Тиссур, Каликутский университет, Керала, Индия, 680001*
St. Thomas College (Autonomous), Thrissur, University of Calicut, Kerala, India-680001
**chackovm@gmail.com*

Чако В.М.

Франсон Э.С.

Амрута М.

Резюме. *В настоящей статье предложены новые совместные меры важности двух и трех компонентов восстановимых систем с большим числом состояний, основанные на классической мере Бирнбаума. При рассмотрении восстановимой системы в качестве первого шага определяются совместные условия важности двух и трех компонентов. Затем измеряются вероятности каждой из важностей. Предложенный метод применяется к набору данных. Приводится иллюстративный пример. Как и в случае с мерой Бирнбаума, предложенные меры имеют общий характер, поскольку зависят от вероятностных свойств компонентов и структуры системы. Эти меры полезны при рассмотрении восстановимых систем.*

Abstract. *In this paper new measures of joint importance of two and three components for repairable multistate systems based on the classical Birnbaum measure, are proposed. By considering repairable system, first joint relevancy conditions of two and three components are given. Then probabilities of each of the relevancy are measured. The proposed method is applied on a data set. An illustrative example is given. As in the Birnbaum measure, the proposed measures are generic since they depend on the probabilistic properties of the components and the system structure. These measures are useful when consider repairable system.*

Ключевые слова: *важность Бирнбаума, системы со множеством состояний, восстановимые компоненты, совместные меры важности*
Keywords: *Birnbaum importance, multistate systems, repairable components, joint importance measures*

Для цитирования: *Чако В.М., Франсон Э.С., Амрута М. Совместные меры важности Бирнбаума для трех компонентов восстановимой системы с большим числом состояний // Надежность. 2023. №3. С. 3-13. https://doi.org/10.21683/1729-2646-2023-23-3-3-13*
For citation: *Chacko V.M., Franson A.S., Amrutha M. Birnbaum joint importance measures for three components of a repairable multistate systems. Dependability 2023;3: 3-13. https://doi.org/10.21683/1729-2646-2023-23-3-3-13*

Поступила: *10.03.2023* / **После доработки:** *05.07.2023* / **К печати:** *15.09.2023*
Received on: *10.03.2023* / **Revised on:** *05.07.2023* / **For printing:** *15.09.2023*

1. Введение

Очень важно определить наиболее важный компонент или группу компонентов в восстановимой сложной системе со множеством состояний на основе вариации, выраженной в таких показателях эффективности, как надежность, готовность или ненадежность/риск и неготовность, либо ожидаемом выходном показателе эффективности и т.д., в то время как вариация происходит в показателях эффективности компонентов. Эта мера будет полезна для получения информации о поведении компонентов, чтобы обеспечить надлежащий ремонт/замену, обеспечивающий соответствие пороговым значениям производительности системы. Надлежащее понимание системы требует измерения изменения производительности системы через изменение совместной производительности компонентов [10–12]. Применительно к системам связи и сетевым системам подход со множеством состояний играет ключевую роль при рассмотрении мероприятий, направленных на повышение надежности. Полное описание, которое может использоваться при анализе систем со множеством состояний, можно найти в литературе (Амруткар (Amrutkar) и Камалья (Kamalja) [1]) и Гриффит (Griffith) [21]).

Приведенные в литературе совместные меры важности применимы к невосстановимым компонентам и системам. Большинство систем восстановимы, либо их компоненты могут быть отремонтированы/заменены. Основная цель данной работы – предложить совместные меры важности для трех компонентов восстановимых систем в бирнбаумовском смысле. В настоящей статье представлены новые совместные меры важности, которые измеряют эффект взаимодействия трех восстановимых компонентов.

Ссылки на несколько исследовательских работ по мерам важности можно найти у Дуя (Dui) и др. [18]. Разработку мер важности и их использование можно проследить у Бирнбаума (Birnbaum) [3], Фассела (Fussell) и Весли (Vesely) [20], Барлоу (Barlow) и Прошана (Proschan) [2] и Натвига (Natvig) [29]. См. также Натвига (Natvig) [28] и Натвига (Natvig) и Геймира (Gaemyr) [33]. Расширение меры Бирнбаума для систем с двоичными состояниями на системы с множеством состояний можно увидеть в работе Дуя (Dui) и др. [17]. Меры важности для восстановимых систем можно найти у Натвига (Natvig) [30] и Натвига (Natvig) и др. [32]. Исследования по совместным мерам важности можно найти у Чако (Chacko) и Манохарана (Manoharan) [13, 14], Чако (Chacko) [7] и Чако (Chacko) [8]. Боргоново (Borgonovo) и Апостолакис (Apostolakis) [4] обсудили новую меру важности для принятия решений с учетом информации о потенциальных рисках. Цай (Cai) и др. [5] предложили метод оптимизации линейной последовательной системы *k*-из-*n* с помощью генетического алгоритма на основе важности Бирнбаума. Цай (Cai) и др. [6] рассмотрели вопрос оптимизацию обслуживания систем с непрерывным состоянием. Алгоритм поиска максимального потока в сети с оценкой мощности приведен в работе Динича (Dinic) [15]. В работе Дуя (Dui) и др. [16] приведены интегральные меры важности на основе полумарковского процесса для систем с множеством состояний. Дуй (Dui) и др. [17] предложили метод обслуживания восстановимых систем с использованием анализа совместной важности на основе производительности системы. Дуй (Dui) и др. [18] представили меры совместной важности компонентов для технического обслуживания системы предупреждения выбросов на подводной лодке. Хьюзби (Huseby) и Натвиг (Natvig) [24] представили передовые методы дискретного моделирования, применяемые к восстановимым системам с множеством состояниями. Хьюзби (Huseby) и Натвиг (Natvig) [25] представили методы дискретного моделирования с выборкой случайных событий с применением к усовершенствованным мерам важности восстановимых компонентов в сетевых системах со множеством состояний. Левитин и Лиснянский [26] провели анализ важности и чувствительности систем со множеством состояний с использованием универсальной производящей функции. В работе Левитина и др. [27] описаны обобщенные меры важности для элементов со множеством состояний, основанные на ограничениях уровня эффективности. Натвиг (Natvig) (2011) представил подробное описание теории надежности систем со множественными состояниями с примерами применения. Натвиг (Natvig) и др. [30] привели примеры применения мер Натвига важности компонентов в восстановимых системах. Рамирес-Маркес (Ramirez-Marquez) и Койт (Coit) [35] ввели новые составные меры важности для систем со множеством состояний с компонентами со множеством состояний. Рамирес-Маркес (Ramirez-Marquez) и Койт (Coit) [36] объяснили анализ критичности компонентов со множеством состояний для повышения надежности систем со множеством состояний. Рамирес-Маркес (Ramirez-Marquez) и др. [37] представили новые идеи касательно критичности и важности компонентов со множеством состояний. Сы (Si) и др. [39] предложили интегрированную меру важности состояний компонентов на основе потери производительности системы. Сы (Si) и др. [40] обсудили интегрированную меру важности связных систем со множеством состояний для процессов технического обслуживания. Сы (Si) и др. [41] представили интегрированную меру важности на основе состояний компонентов для систем со множеством состояний. Сы (Si) и др. [42] предложили метод распределения и оптимизации надежности системы на основе обобщенной меры важности Бирнбаума. У (Wu) и Кулен (Coolen) [45] представили основанную на стоимости меру важности компонентов системы – расширение меры важности Бирнбаума. У (Wu) и др. [46] использовали важность компонентов для оптимизации правил профилактического обслуживания. Чжу (Zhu) и др. [47] рассмотрели эвристические методы на основе важности Бирнбаума для задач назначения разнородных компонентов. В работе Цио (Zio) и Подифиллини (Podofillini) [48] приводится имитационный анализ методом Монте-Карло влияния важности компонентов со множеством состояний на различные уровни производительности системы. Цио (Zio) и Подифиллини (Podofillini) [49] обсудили вопрос взаимодействия компонентов в дефференциальной мере важности. Цио (Zio) и др. [50] описали процесс оценки мер важности элементов со множеством состояний с помощью моделирования по методу Монте-Карло. Цио (Zio) и др. [51] привели пример из железнодорожной отрасли того, как производится приоритезация на основе мер важности для улучшения работы систем со множеством состояний.

В настоящей статье предложены общие совместные меры важности для трех компонентов восстановимых систем. Такие меры особенно полезны в случаях, когда инженеру ничего не известно о рабочей среде и других внешних факторах. Мы предполагаем, что каждый компонент проходит периодические жизненные циклы, начиная с наивысшего состояния, а затем проходя через низшие состояния до отказа. Затем они ремонтируются или заменяются, и начинается новый жизненный цикл. Более того, также предполагается возможность ремонта между другими состояниями.

В разделе 2 вводятся новые совместные меры важности. В разделе 3 приводится иллюстративный пример. В заключительном разделе приводятся выводы.

2. Критичность и важность в системах со множеством состояний

В этом разделе рассматриваются новые совместные меры важности для трех компонентов системы с множеством состояний, имеющей n восстановимых компонентов со множеством состояний.

Пусть $X_i(t)$ представляет состояние компонента i в момент времени t, а $\varphi(t)$ представляет состояние системы, где $\varphi(t)=\varphi(X_1(t), \ldots, X_n(t))$. Пусть $X_i(t)$ принимает значения 0, 1, …, M_i, $i\in\{1, 2, \ldots, n\}$ и $\varphi(t)=k$; $k\in\{0,1,2,\ldots,M\}$, $M=\mathrm{Max}_{\{1\le i\le n\}}\{M_i\}$.

Пусть $X_i^+(t)$ и $X_i^-(t)$ соответственно – следующее и предыдущее состояния компонента i, i=1,2,3,...,n.

Очевидно, что для $t\in[0,\infty)$

$$X_i^+(t)=\begin{cases} X_i(t)-1, X_i(t)>0; \\ M_i, X_i(t)=0, \end{cases}$$

$$X_i^-(t)=\begin{cases} X_i(t)+1, X_i(t)<M_i; \\ 0, X_i(t)=M_i. \end{cases}$$

Если при переходе компонента в следующее или предыдущее состояние происходит изменение состояния системы, то говорят, что в этот момент времени компонент находится в n-критическом или p-критическом состоянии. Компонент i является n-критическим во время перехода компонента в следующее состояние в момент времени t, если

$$\varphi(X_i(t),\mathbf{X}(t))\neq\varphi\left(X_i^+(t),\mathbf{X}(t)\right) \text{ или}$$
$$\varphi\left(X_i(t),\mathbf{X}(t)\right)-\varphi(X_i^+(t),\mathbf{X}(t))\neq 0.$$

Следовательно, компонент i является n-критичным в момент времени t, если переход компонента в следующее состояние также приведет к изменению состояния системы. Аналогично, мы говорим, что компонент i является p-критичным, в то время как компонент возвращается в свое предыдущее состояние в момент времени t, если

$$\varphi(X_i^-(t),\mathbf{X}(t))\neq\varphi(X_i(t),\mathbf{X}(t)) \text{ или}$$
$$\varphi\left(X_i^-(t),\mathbf{X}(t)\right)-\varphi(X_i(t),\mathbf{X}(t))\neq 0.$$

Следовательно, компонент i является p-критичным в момент времени t, если возврат компонента в предыдущее состояние приведет к изменению состояния системы.

Теперь, чтобы измерить эффект совместного движения двух компонентов в любом направлении, рассмотрим следующие утверждения. Предположим, что в момент времени t i-й компонент переходит в следующее состояние и j-й компонент также переходит в следующее состояние. Тогда компоненты i и j являются совместно критичным, если

$$\varphi\left(X_i(t),X_j(t),\ \mathbf{X}(t)\right)-\varphi\left(X_i^+(t),X_j(t),\mathbf{X}(t)\right)-$$
$$-\left[\varphi\left(X_i(t),X_j^+(t),\mathbf{X}(t)\right)-\varphi\left(X_i^+(t),X_j^+(t),\mathbf{X}(t)\right)\right]\neq 0.$$

Предположим, что в момент времени t i-й компонент переходит в следующее состояние, а j-й компонент переходит в предыдущее состояние. Тогда компоненты i и j являются совместно критичными, если

$$\varphi\left(X_i(t),X_j^-(t),\mathbf{X}(t)\right)-\varphi\left(X_i^+(t),X_j^-(t),\mathbf{X}(t)\right)-$$
$$-\left[\varphi\left(X_i(t),X_j(t),\mathbf{X}(t)\right)-\varphi\left(X_i^+(t),X_j(t),\mathbf{X}(t)\right)\right]\neq 0.$$

Предположим, что i-й компонент возвращается в предыдущее состояние, а j-й компонент переходит в следующее состояние. Тогда компоненты i и j являются совместно критичными, если

$$\varphi\left(X_i^-(t),X_j(t),\mathbf{X}(t)\right)-\varphi\left(X_i(t),X_j(t),\mathbf{X}(t)\right)-$$
$$-\left[\varphi\left(X_i^-(t),X_j^+(t),\mathbf{X}(t)\right)-\varphi\left(X_i(t),X_j^+(t),\mathbf{X}(t)\right)\right]\neq 0.$$

Предположим, что i-й компонент возвращается в предыдущее состояние, а j-й компонент также переходит в предыдущее состояние. Тогда компоненты i и j являются совместно критичными, если

$$\varphi\left(X_i^-(t),X_j^-(t),\mathbf{X}(t)\right)-\varphi\left(X_i(t),X_j^-(t),\mathbf{X}(t)\right)-$$
$$-\left[\varphi\left(X_i^-(t),X_j(t),\mathbf{X}(t)\right)-\varphi\left(X_i(t),X_j(t),\mathbf{X}(t)\right)\right]\neq 0.$$

Теперь, чтобы измерить эффект совместного движения трех компонентов в любом направлении, рассмотрим следующие утверждения. Предположим, что в момент времени t i-й компонент переходит в следующее состояние, j-й компонент также переходит в следующее состояние и k-й компонент также переходит в следующее состояние. Тогда компоненты i, j и k являются совместно критичными, если

$$\begin{gathered}
\varphi\left(X_i(t), X_j(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right) - \\
-\varphi\left(X_i^+(t), X_j(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right) - \\
-\left[\begin{array}{l}\varphi\left(X_i(t), X^+_j(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right) - \\ -\varphi\left(X_i^+(t), X^+_j(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right)\end{array}\right] - \\
-\left[\begin{array}{l}\varphi\left(X_i(t), X_j(t), X_k^+(t), \mathbf{X}(t)\right) - \\ -\varphi\left(X_i^+(t), X_j(t), X_k^+(t), \mathbf{X}(t)\right)\end{array}\right] + \\
+\left[\begin{array}{l}\varphi\left(X_i(t), X^+_j(t), X_k^+(t), \mathbf{X}(t)\right) - \\ -\varphi\left(X_i^+(t), X^+_j(t), X_k^+(t), \mathbf{X}(t)\right)\end{array}\right] \neq 0.
\end{gathered}$$

Предположим, что в момент времени t i-й компонент переходит в следующее состояние, j-й компонент переходит в предыдущее состояние, а k-й компонент переходит в следующее состояние. Тогда i, j и k являются совместно критическими, если

$$\begin{gathered}
\varphi\left(X_i(t), X_j^-(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right) - \\
-\varphi\left(X_i^+(t), X_j^-(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right) - \\
-\left[\begin{array}{l}\varphi\left(X_i(t), X_j(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right) - \\ -\varphi\left(X_i^+(t), X_j(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right)\end{array}\right] - \\
-\left[\begin{array}{l}\varphi\left(X_i(t), X_j^-(t), X_k^+(t), \mathbf{X}(t)\right) - \\ -\varphi\left(X_i^+(t), X_j^-(t), X_k^+(t), \mathbf{X}(t)\right)\end{array}\right] + \\
+\left[\begin{array}{l}\varphi\left(X_i(t), X_j(t), X_k^+(t), \mathbf{X}(t)\right) - \\ -\varphi\left(X_i^+(t), X_j(t), X_k^+(t), \mathbf{X}(t)\right)\end{array}\right] \neq 0.
\end{gathered}$$

Предположим, i-й компонент переходит в предыдущее состояние, j-й компонент переходит в следующее состояние и k-й компонент также переходит в следующее состояние. Тогда i, j и k являются совместно критичными, если

$$\begin{gathered}
\varphi\left(X_i^-(t), X_j(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right) - \\
-\varphi\left(X_i(t), X_j(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right) - \\
-\left[\begin{array}{l}\varphi\left(X_i^-(t), X_j^+(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right) - \\ -\varphi\left(X_i(t), X_j^+(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right)\end{array}\right] - \\
-\left[\begin{array}{l}\varphi\left(X_i^-(t), X_j(t), X_k^+(t), \mathbf{X}(t)\right) - \\ -\varphi\left(X_i(t), X_j(t), X_k^+(t), \mathbf{X}(t)\right)\end{array}\right] + \\
+\left[\begin{array}{l}\varphi\left(X_i^-(t), X_j^+(t), X_k^+(t), \mathbf{X}(t)\right) - \\ -\varphi\left(X_i(t), X_j^+(t), X_k^+(t), \mathbf{X}(t)\right)\end{array}\right] \neq 0.
\end{gathered}$$

Предположим, i-й компонент переходит в предыдущее состояние, j-й компонент также переходит в предыдущее состояние, а k-й компонент переходит в следующее состояние. Тогда i, j и k являются совместно критичными, если

$$\begin{gathered}
\varphi\left(X_i^-(t), X_j^-(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right) - \\
-\varphi\left(X_i(t), X_j^-(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right) - \\
-\left[\begin{array}{l}\varphi\left(X_i^-(t), X_j(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right) - \\ -\varphi\left(X_i(t), X_j(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right)\end{array}\right] - \\
-[\varphi\left(X_i^-(t), X_j^-(t), X_k^+(t), \mathbf{X}(t)\right) - \\
-\varphi\left(X_i(t), X_j^-(t), X_k^+(t), \mathbf{X}(t)\right)] - \\
-\left[\begin{array}{l}\varphi\left(X_i^-(t), X_j(t), X_k^+(t), \mathbf{X}(t)\right) - \\ -\varphi\left(X_i(t), X_j(t), X_k^+(t), \mathbf{X}(t)\right)\end{array}\right] \neq 0.
\end{gathered}$$

Предположим, что в момент времени t i-й компонент переходит в следующее состояние, j-й компонент также переходит в следующее состояние, а k-й компонент возвращается в предыдущее состояние. Тогда i, j и k являются совместно критичными, если

$$\begin{gathered}
\varphi\left(X_i(t), X_j(t), X_k^-(t), \mathbf{X}(t)\right) - \\
-\varphi\left(X_i^+(t), X_j(t), X_k^-(t), \mathbf{X}(t)\right) - \\
-\left[\begin{array}{l}\varphi\left(X_i(t), X_j^+(t), X_k^-(t), \mathbf{X}(t)\right) - \\ -\varphi\left(X_i^+(t), X_j^+(t), X_k^-(t), \mathbf{X}(t)\right)\end{array}\right] - \\
-\left[\begin{array}{l}\varphi\left(X_i(t), X_j(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right) - \\ -\varphi\left(X_i^+(t), X_j(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right)\end{array}\right] + \\
+\left[\begin{array}{l}\varphi\left(X_i(t), X_j^+(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right) - \\ -\varphi\left(X_i^+(t), X_j^+(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right)\end{array}\right] \neq 0.
\end{gathered}$$

Предположим, что в момент времени t i-й компонент переходит в следующее состояние, j-й компонент переходит в предыдущее состояние и k-й компонент также переходит в предыдущее состояние. Тогда i, j и k являются совместно критичными, если

$$\begin{gathered}
\varphi\left(X_i(t), X_j^-(t), X_k^-(t), \mathbf{X}(t)\right) - \\
-\varphi\left(X_i^+(t), X_j^-(t), X_k^-(t), \mathbf{X}(t)\right) - \\
-\left[\begin{array}{l}\varphi\left(X_i(t), X_j(t), X_k^-(t), \mathbf{X}(t)\right) - \\ -\varphi\left(X_i^+(t), X_j(t), X_k^-(t), \mathbf{X}(t)\right)\end{array}\right] - \\
-\left[\begin{array}{l}\varphi\left(X_i(t), X_j^-(t), X_k(\mathrm{t}), \mathbf{X}(t)\right) - \\ -\varphi\left(X_i^+(t), X_j^-(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right)\end{array}\right] + \\
+\left[\begin{array}{l}\varphi\left(X_i(t), X_j(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right) - \\ -\varphi\left(X_i^+(t), X_j(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right)\end{array}\right] \neq 0.
\end{gathered}$$

Предположим, что i-й компонент возвращается в предыдущее состояние, j-й компонент переходит в следующее состояние, а k-й компонент возвращается в предыдущее состояние. Тогда i, j и k являются совместно критичными, если

$$\begin{array}{c}
\varphi\left(X_i^-(t), X_j(t), X_k^-(t), \mathbf{X}(t)\right)- \\
-\varphi\left(X_i(t), X_j(t), X_k^-(t), \mathbf{X}(t)\right)- \\
-\left[\begin{array}{c}\varphi\left(X_i^-(t), X_j^+(t), X_k^-(t), \mathbf{X}(t)\right)- \\ -\varphi\left(X_i(t), X_j^+(t), X_k^-(t), \mathbf{X}(t)\right)\end{array}\right]- \\
-\left[\begin{array}{c}\varphi\left(X_i^-(t), X_j(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right)- \\ -\varphi\left(X_i(t), X_j(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right)\end{array}\right]+ \\
+\left[\begin{array}{c}\varphi\left(X_i^-(t), X_j^+(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right)- \\ -\varphi\left(X_i(t), X_j^+(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right)\end{array}\right] \neq 0.
\end{array}$$

Предположим, i-й компонент переходит в предыдущее состояние, j-й компонент также переходит в предыдущее состояние и k-й компонент также переходит в предыдущее состояние. Тогда i, j и k являются совместно критичными, если

$$\begin{array}{c}
\varphi\left(X_i^-(t), X_j^-(t), X_k^-(t), \mathbf{X}(t)\right)- \\
-\varphi\left(X_i(t), X_j^-(t), X_k^-(t), \mathbf{X}(t)\right)- \\
-\left[\begin{array}{c}\varphi\left(X_i^-(t), X_j(t), X_k^-(t), \mathbf{X}(t)\right)- \\ -\varphi\left(X_i(t), X_j(t), X_k^-(t), \mathbf{X}(t)\right)\end{array}\right]- \\
-\left[\begin{array}{c}\varphi\left(X_i^-(t), X_j^-(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right)- \\ -\varphi\left(X_i(t), X_j^-(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right)\end{array}\right]+ \\
+\left[\begin{array}{c}\varphi\left(X_i^-(t), X_j(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right)- \\ -\varphi\left(X_i(t), X_j(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right)\end{array}\right] \neq 0.
\end{array}$$

Для определения совместной важности двух восстановимых компонентов в бирбаумовском смысле предлагаются следующие меры, предполагающие рассмотрение трех компонентов – i, j и k:

$$I^{ij}{}_{\{NNNB\}}(t) = P\left\{\begin{array}{c}
\varphi\left(X_i(t), X_j(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right)- \\
-\varphi\left(X_i^+(t), X_j(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right)- \\
-\left[\begin{array}{c}\varphi\left(X_i(t), X_j^+(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right)- \\ -\varphi\left(X_i^+(t), X_j^+(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right)\end{array}\right]- \\
-\left[\begin{array}{c}\varphi\left(X_i(t), X_j(t), X_k^+(t), \mathbf{X}(t)\right)- \\ -\varphi\left(X_i^+(t), X_j(t), X_k^+(t), \mathbf{X}(t)\right)\end{array}\right]+ \\
+\left[\begin{array}{c}\varphi\left(X_i(t), X_j^+(t), X_k^+(t), \mathbf{X}(t)\right)- \\ -\varphi\left(X_i^+(t), X_j^+(t), X_k^+(t), \mathbf{X}(t)\right)\end{array}\right] \neq 0
\end{array}\right\},$$

$$I^{ij}{}_{\{NPNB\}}(t) = P\left\{\begin{array}{c}
\varphi\left(X_i(t), X_j^-(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right)- \\
-\varphi\left(X_i^+(t), X_j^-(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right)- \\
-\left[\begin{array}{c}\varphi\left(X_i(t), X_j(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right)- \\ -\varphi\left(X_i^+(t), X_j(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right)\end{array}\right]- \\
-\left[\begin{array}{c}\varphi\left(X_i(t), X_j^-(t), X_k^+(t), \mathbf{X}(t)\right)- \\ -\varphi\left(X_i^+(t), X_j^-(t), X_k^+(t), \mathbf{X}(t)\right)\end{array}\right]+ \\
+\left[\begin{array}{c}\varphi\left(X_i(t), X_j(t), X_k^+(t), \mathbf{X}(t)\right)- \\ -\varphi\left(X_i^+(t), X_j(t), X_k^+(t), \mathbf{X}(t)\right)\end{array}\right] \neq 0
\end{array}\right\},$$

$$I^{ij}{}_{\{PNNB\}}(t) = P\left\{\begin{array}{c}
\varphi\left(X_i^-(t), X_j(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right)- \\
-\varphi\left(X_i(t), X_j(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right)- \\
-\left[\begin{array}{c}\varphi\left(X_i^-(t), X_j^+(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right)- \\ -\varphi\left(X_i(t), X_j^+(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right)\end{array}\right]- \\
-\left[\begin{array}{c}\varphi\left(X_i^-(t), X_j(t), X_k^+(t), \mathbf{X}(t)\right)- \\ -\varphi\left(X_i(t), X_j(t), X_k^+(t), \mathbf{X}(t)\right)\end{array}\right]+ \\
+\left[\begin{array}{c}\varphi\left(X_i^-(t), X_j^+(t), X_k^+(t), \mathbf{X}(t)\right)- \\ -\varphi\left(X_i(t), X_j^+(t), X_k^+(t), \mathbf{X}(t)\right)\end{array}\right] \neq 0
\end{array}\right\},$$

$$I^{ij}{}_{\{PPNB\}}(t) = P\left\{\begin{array}{c}
\varphi\left(X_i^-(t), X_j^-(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right)- \\
-\varphi\left(X_i(t), X_j^-(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right)- \\
-\left[\begin{array}{c}\varphi\left(X_i^-(t), X_j(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right)- \\ -\varphi\left(X_i(t), X_j(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right)\end{array}\right]- \\
-[\varphi\left(X_i^-(t), X_j^-(t), X_k^+(t), \mathbf{X}(t)\right)- \\
-\varphi\left(X_i(t), X_j^-(t), X_k^+(t), \mathbf{X}(t)\right)]- \\
-\left[\begin{array}{c}\varphi\left(X_i^-(t), X_j(t), X_k^+(t), \mathbf{X}(t)\right)- \\ -\varphi\left(X_i(t), X_j(t), X_k^+(t), \mathbf{X}(t)\right)\end{array}\right] \neq 0
\end{array}\right\},$$

$$I^{ij}{}_{\{NNPB\}}(t) = P\left\{\begin{array}{c}
\varphi\left(X_i(t), X_j(t), X_k^-(t), \mathbf{X}(t)\right)- \\
-\varphi\left(X_i^+(t), X_j(t), X_k^-(t), \mathbf{X}(t)\right)- \\
-\left[\begin{array}{c}\varphi\left(X_i(t), X_j^+(t), X_k^-(t), \mathbf{X}(t)\right)- \\ -\varphi\left(X_i^+(t), X_j^+(t), X_k^-(t), \mathbf{X}(t)\right)\end{array}\right]- \\
-\left[\begin{array}{c}\varphi\left(X_i(t), X_j(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right)- \\ -\varphi\left(X_i^+(t), X_j(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right)\end{array}\right]+ \\
+\left[\begin{array}{c}\varphi\left(X_i(t), X_j^+(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right)- \\ -\varphi\left(X_i^+(t), X_j^+(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right)\end{array}\right] \neq 0
\end{array}\right\},$$

$$I^{ij}_{\{NPPB\}}(t) = P\left\{\begin{array}{c} \varphi\left(X_i(t), X_j^-(t), X_k^-(t), \mathbf{X}(t)\right) - \\ -\varphi\left(X_i^+(t), X_j^-(t), X_k^-(t), \mathbf{X}(t)\right) - \\ -\left[\begin{array}{c} \varphi\left(X_i(t), X_j(t), X_k^-(t), \mathbf{X}(t)\right) - \\ -\varphi\left(X_i^+(t), X_j(t), X_k^-(t), \mathbf{X}(t)\right) \end{array}\right] - \\ -\left[\begin{array}{c} \varphi\left(X_i(t), X_j^-(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right) - \\ -\varphi\left(X_i^+(t), X_j^-(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right) \end{array}\right] + \\ +\left[\begin{array}{c} \varphi\left(X_i(t), X_j(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right) - \\ -\varphi\left(X_i^+(t), X_j(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right) \end{array}\right] \neq 0 \end{array}\right\},$$

$$I^{ij}_{\{PNPB\}}(t) = P\left\{\begin{array}{c} \varphi\left(X_i^-(t), X_j(t), X_k^-(t), \mathbf{X}(t)\right) - \\ -\varphi\left(X_i(t), X_j(t), X_k^-(t), \mathbf{X}(t)\right) - \\ -\left[\begin{array}{c} \varphi\left(X_i^-(t), X_j^+(t), X_k^-(t), \mathbf{X}(t)\right) - \\ -\varphi\left(X_i(t), X_j^+(t), X_k^-(t), \mathbf{X}(t)\right) \end{array}\right] - \\ -\left[\begin{array}{c} \varphi\left(X_i^-(t), X_j(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right) - \\ -\varphi\left(X_i(t), X_j(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right) \end{array}\right] + \\ +\left[\begin{array}{c} \varphi\left(X_i^-(t), X_j^+(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right) - \\ -\varphi\left(X_i(t), X_j^+(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right) \end{array}\right] \neq 0 \end{array}\right\},$$

$$I^{ij}_{\{PPPB\}}(t) = P\left\{\begin{array}{c} \varphi\left(X_i^-(t), X_j^-(t), X_k^-(t), \mathbf{X}(t)\right) - \\ -\varphi\left(X_i(t), X_j^-(t), X_k^-(t), \mathbf{X}(t)\right) - \\ -\left[\begin{array}{c} \varphi\left(X_i^-(t), X_j(t), X_k^-(t), \mathbf{X}(t)\right) - \\ -\varphi\left(X_i(t), X_j(t), X_k^-(t), \mathbf{X}(t)\right) \end{array}\right] - \\ -\left[\begin{array}{c} \varphi\left(X_i^-(t), X_j^-(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right) - \\ -\varphi\left(X_i(t), X_j^-(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right) \end{array}\right] + \\ +\left[\begin{array}{c} \varphi\left(X_i^-(t), X_j(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right) - \\ -\varphi\left(X_i(t), X_j(t), X_k(t), \mathbf{X}(t)\right) \end{array}\right] \neq 0 \end{array}\right\}.$$

Очевидно, что в момент t:

$I^{ij}_{\{NNNB\}}(t)$ – вероятность того, что состояние системы изменится, если три компонента – i, j и k перейдут в следующие состояния;

$I^{ij}_{\{NPNB\}}(t)$ – вероятность того, что состояние системы изменится, если компоненты i и k перейдут в следующие состояния, а компонент j перейдет в предыдущее состояние;

$I^{ij}_{\{PNNB\}}(t)$ – вероятность того, что состояние системы изменится, если компонент i перейдет в предыдущее состояние, а компоненты j и k перейдут в следующие состояния;

$I^{ij}_{\{PPNB\}}(t)$ – вероятность того, что состояние системы изменится, если оба компонента i и j перейдут в предыдущие состояния, а компонент k перейдет в следующее состояние;

$I^{ij}_{\{NNPB\}}(t)$– вероятность того, что состояние системы изменится, если два компонента i и j перейдут в следующие состояния, а компонент k перейдет в предыдущее состояние;

$I^{ij}_{\{NPPB\}}(t)$ – вероятность того, что состояние системы изменится, если компонент i перейдет в следующее состояние, а компоненты j и k перейдут в предыдущие состояния;

$I^{ij}_{\{PNPB\}}(t)$ – вероятность того, что состояние системы изменится, если компоненты i и k перейдут в предыдущие состояния, а компонент j перейдет в следующее состояние;

$I^{ij}_{\{PPPB\}}(t)$ – вероятность того, что состояние системы изменится, если три компонента i, j и k перейдут в предыдущие состояния.

3. Иллюстрация

Пример: Рассмотрим радиосистему, приведенную в статье Чако (Chacko) и др. [10], состоящую из пяти компонентов: чейнджер, тюнер, усилитель, динамик 1 и динамик 2, в которых кроме усилителя все остальные компоненты являются бинарными. Более того, все компоненты считаются восстановимыми. Состояние чейнджера представлено с помощью X1, состояние тюнера представлено с помощью X2, состояние усилителя представлено с помощью X3, состояние динамика 1 представлено с помощью X4, а состояние динамика 2 представлено с помощью X5. X3 принимает значения 0, 1 и 2, т.е. усилитель неисправен, частично функционирует и полностью функционирует. Векторы и соответствующее состояние системы приведены в табл. 1.

Табл. 1. Векторы состояния радиосистемы

X1	X2	X3	X4	X5	**PHI**	X1	X2	X3	X4	X5	**PHI**
0	0	0	0	0	**0**	**0**	**1**	**1**	**1**	**0**	**1**
1	0	0	0	0	**0**	**0**	**1**	**1**	**0**	**1**	**1**
0	1	0	0	0	**0**	**0**	**0**	**1**	**1**	**1**	**0**
0	0	0	1	0	**0**	1	1	1	1	0	**1**
0	0	0	0	1	**0**	1	1	1	0	1	**1**
1	1	0	0	0	**0**	1	0	1	1	1	**1**
1	0	0	1	0	**0**	0	1	1	1	1	**1**
1	0	0	0	1	**0**	1	1	1	1	1	**1**
0	1	0	1	0	**0**	0	0	2	0	0	**0**
0	1	0	0	1	**0**	1	0	2	0	0	**0**
0	0	0	1	1	**0**	0	1	2	0	0	**0**
1	**1**	**0**	**1**	**0**	**0**	0	0	2	1	0	**0**
1	**1**	**0**	**0**	**1**	**0**	0	0	2	0	1	**0**
1	**0**	0	1	1	0	1	1	2	0	0	0

X1	X2	X3	X4	X5	PHI	X1	X2	X3	X4	X5	PHI
0	1	0	1	1	0	1	0	2	1	0	1
1	1	0	1	1	0	1	0	2	0	1	1
0	0	1	0	0	0	0	1	2	1	0	1
1	0	1	0	0	0	0	1	2	0	1	1
0	1	1	0	0	0	0	0	2	1	1	0
0	0	1	1	0	0	1	1	2	1	0	1
0	0	1	0	1	0	1	1	2	0	1	1
1	1	1	0	0	0	1	0	2	1	1	1
1	0	1	1	0	1	0	1	2	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1	2	1	1	1
						24	24	24	24	24	24

Векторы состояний при X3=1 или X3=2 приведены в табл. 2.

Табл. 2. Векторы состояний при X3=1 или X3=2

X1	X2	X3	X4	X5	PHI	X1	X2	X3	X4	X5	PHI
0	0	1	0	0	0	0	0	2	0	0	0
1	0	1	0	0	0	1	0	2	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	1	2	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0	2	1	0	0
0	0	1	0	1	0	0	0	2	0	1	0
1	1	1	0	0	0	1	1	2	0	0	0
1	0	1	1	0	1	1	0	2	1	0	1
1	0	1	0	1	1	1	0	2	0	1	1
0	1	1	1	0	1	0	1	2	1	0	1
0	1	1	0	1	1	0	1	2	0	1	1
0	0	1	1	1	0	0	0	2	1	1	0
1	1	1	1	0	1	1	1	2	1	0	1
1	1	1	0	1	1	1	1	2	0	1	1
1	0	1	1	1	1	1	0	2	1	1	1
0	1	1	1	1	1	0	1	2	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	2	1	1	1

Среди векторов состояния при X3=1 или X3=2, векторы критического пути приведены в табл. 3.

Табл. 3. Критические векторы для X3

X1	X2	X3	X4	X5	PHI
1	0	1	1	0	1
1	0	1	0	1	1
0	1	1	1	0	1
0	1	1	0	1	1
1	1	1	1	0	1
1	1	1	0	1	1
1	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1

Среди векторов состояний с X3=1 или X3=2, векторы критического пути для X4 приведены в табл. 4, векторы критического пути для X1 и X4 – в табл. 5 и векторы критического пути для X2 и X4 – в табл. 6.

Табл. 4. Критический вектор для X4 среди критических векторов X3

X1	X2	X3	X4	X5	PHI
1	0	1	1	0	1
0	1	1	1	0	1
1	1	1	1	0	1

Табл. 5. Критический вектор для X1 и X4 среди критических векторов X3

X1	X2	X3	X4	X5	PHI
1	0	1	1	0	1

Табл. 6. Критический вектор для X2 и X4 среди критических векторов X3

X1	X2	X3	X4	X5	PHI
0	1	1	1	0	1

Пусть $Cr(X1, X3, X4)$ представляет собой множество векторов критического пути при X1=1, X3=1 и X4=1.

Предположим, что $P(Xi = 1) = p_i$ и $P(X_i{=}0){=}1{-}p_i{=}q_i$, i=1,2,4,5. Также предположим вероятности $P(X3 = 2) = p_{32}$, $P(X3 = 1) = p_{31}$ и $P(Xi = 0) = p_{30}$. Тогда

$$I^{134}_{\{NNNB\}}(t) =$$

$$= \sum_{Cr(X3,X4)} P\begin{pmatrix} X1=1, X3=1, X4=1, \\ \varphi(X1, X2, X3, X4, X5)=1 \end{pmatrix} = p_1 q_2 p_{31} p_4 q_5,$$

$$I^{234}_{\{NNNB\}}(t) =$$

$$= \sum_{Cr(X3,X4)} P\begin{pmatrix} X2=1, X3=1, X4=1, \\ \varphi(X1, X2, X3, X4, X5)=1 \end{pmatrix} = q_1 p_2 p_{31} p_4 q_5.$$

Если заменить p_i=0,2, i=1,5, p_i=0,5, i=2,4 и p_{31}=0,5, то тогда $I^{134}_{\{NNNB\}}(t)$=0,02 и $I^{234}_{\{NNNB\}}(t)$=0,08.

Из этого следует, что компоненты 2, 3 и 4 совместно более важны, чем компоненты 1, 3 и 4. Аналогичным образом мы можем рассчитать совместные меры важности для всех остальных комбинаций.

4. Выводы

В настоящей статье рассмотрены основы моделирования восстановимых систем со множеством состояний. Физические свойства компонентов и системы рассмотрены как часть таких основ. Однокомпонентная мера важности Бирнбаума обобщается до трехкомпонентной совместной меры важности для систем со множеством состояний восемью различными способами. Эти меры дают представление об изменениях в производительности системы для поддержки принятия решений по улучшению системы посредством движения компонентов в одинаковом/противоположном направлениях. Эти меры полезны при диагностической проверке. Совместные меры важности очень полезны при рассмотрении восстановимых компонентов.

Библиографический список

1. Amrutkar K.P., Kamalja K.K. An overview of various importance measures of reliability system // International Journal of Mathematical, Engineering and Management Sciences. 2017. Vol. 2(3). Pp. 150-171.

2. Barlow R.E., Proschan F. Importance of system components and fault tree events // Stochastic Processes and their Applications. 1975. Vol. 3. Pp. 153-173.

3. Birnbaum Z.W. On the importance of different components in a multicomponent system. In: Krishnaia P.R., editor. Multivariate analysis – II. New York: Academic Press, 1969. Pp. 581-592.

4. Borgonovo E., Apostolakis G.E. A new importance measure for risk-informed decision making // Reliability Engineering & System Safety. 2001. Vol. 72. Pp. 193-212.

5. Cai Z., Si S., Sun S. et al. Optimization of linear consecutive-k-out-of-n system with a Birnbaum importance-based genetic algorithm // Reliability Engineering & System Safety. 2016. Vol. 152. Pp. 248-258.

6. Cai Z., Si S., Liu Y. et al. Maintenance optimization of continuous state systems based on performance improvement // IEEE Transactions on Reliability. 2018. Vol. 67(2). Pp. 651-665.

7. Chacko V.M. New Joint Importance Measures for Multistate Systems // International Journal of Statistics and Reliability Engineering. 2020. Vol. 7(1). Pp. 140-148.

8. Chacko V.M. On Birnbaum Type Joint Importance Measures for Multistate Reliability Systems // Communications in Statistics – Theory and Methods. 2021. Vol. 52(9). Pp. 2799-2818. DOI: 10.1080/03610926.2021.1961000

9. Chacko V.M. On joint importance measures for multistate reliability systems // Reliability: Theory and Applications. 2021. Vol. 16. Pp. 286-293.

10. Chacko V.M. On Joint Importance Measures for Multistate System's Reliability // Operations Research: Methods, Techniques, and Advancements. 2022. Vol. 4(65). Pp. 286-293.

11. Chacko V.M. On new joint importance measures for multistate reliability systems. In: Chapter 7. Computational Intelligence in Sustainable Reliability Engineering. Scrivener Publishing (Wiley), 2022.

12. Chacko V.M. (2022) Birnbaum joint importance measures for repairable multistate systems // Communications in Statistics – Theory and Methods. 2023. Vol. 52(9). Pp. 2799-2818.

13. Chacko V.M., Manoharan M. Joint importance measures for the multistate system. In: Verma A.K., Kapur P.K., Ghadge S.G., editors. Advances in Performance and Safety of Complex systems. New Delhi: Macmillan. Pp. 308-314.

14. Chacko V.M., Manoharan M. Joint Importance measures for multistate reliability system // Opsearch. 2011. Vol. 48(3). Pp. 257-278.

15. Dinic E.A. Algorithm for solution of a problem of maximum flow in a network with power estimation // Soviet Mathematics – Doklady. 1970. Vol. 11. Pp. 1277-1280.

16. Dui H., Si S., Zuo M.J. et al. Semi-Markov process-based integrated importance measures for multi-state systems // IEEE Transactions on Reliability. 2015. Vol. 64(2). Pp. 754–765.

17. Dui H., Li S., Xing L. et al. System performance-based joint importance analysis guided maintenance for repairable systems // Reliability Engineering & System Safety. 2019. Vol. 186. Pp. 162-175.

18. Dui H., Zhang C., Zheng X. Component joint importance measures for maintenances in submarine blowout preventer system // Journal of Loss Prevention in the Process Industries. 2020. Vol. 63. Pp. 1-10.

19. Ford L.R., Fulkerson D.R. Maximal flow through a network // Canadian Journal of Mathematics. 1956. Vol. 8. Pp. 399-404.

20. Fussell J.B., Vesely W.E. A new methodology for obtaining cut sets for fault trees // Transactions of the American Nuclear Society. 1972. Vol. 15. Pp. 262-263.

21. Griffith W. Multi-state reliability models // Journal of Applied Probability. 1980. Vol. 17. Pp. 735-744.

22. Hosseini S., Barker K., Ramirez-Marquez J.E. A review of definitions and measures of system resilience // Reliability Engineering & System Safety. 2016. Vol. 145. Pp. 47-61.

23. Huseby A.B., Kalinowska K., Abrahamsen T. Birnbaum criticality and importance measures for multistate systems with repairable components // Probability in the Engineering and Informational Sciences. 2022. Vol. 36(1). Pp. 66-86.

24. Huseby A.B., Natvig B. Advanced discrete simulation methods applied to repairable multi-state systems. In: Bris R., Soares C.G., Martorell S., editors. Reliability, risk and safety. Theory and applications, Vol. 1. London: CRC Press, 2010. Pp. 659–666.

25. Huseby A.B., Natvig B. Discrete event simulation methods applied to advanced importance measures of repairable components in multistate network flow systems // Reliability Engineering & System Safety. 2012. Vol. 119. Pp. 186-198.

26. Levitin G., Lisnianski A. Importance and sensitivity analisis of multistate systems using the universal generating function // Reliability Engineering & System Safety. 1999. Vol. 65. Pp. 271-282.

27. Levitin G., Podofillini L., Zio E. Generalised importance measures for multistate elements based on performance level restrictions // Reliability Engineering & System Safety. 2003. Vol. 82. Pp. 287-298.

28. Natvig B. A suggestion for a new measure of importance of system components // Stochastic Processes and their Applications. 1979. Vol. 9. Pp. 319-330.

29. Natvig B. New light on measures of importance of system components // Scandinavian Journal of Statistics. 1985. Vol. 12. Pp. 43-54.

30. Natvig B. Measures of component importance in nonrepairable and repairable multistate strongly coherent systems // Methodology and Computing in Applied Probability. 2011. Vol. 13. Pp. 523-547.

31. Natvig B. Multistate systems reliability theory with applications. New York (USA): John Wiley and Sons, Inc., 2011.

32. Natvig B., Eide K.A., Gåsemyr J. et al. Simulation based analysis and an application to an offshore oil and gas production system of the Natvig measures of component importance in repairable systems // Reliability Engineering & System Safety. 2009. Vol. 94. Pp. 1629-1638.

33. Natvig B., Gåsemyr J. New results on the Barlow-Proschan and Natvig measures of component importance in nonrepairable and repairable systems // Methodology and Computing in Applied Probability. 2009. Vol. 11. Pp. 603-620.

34. Natvig B., Huseby A.B., Reistadbakk M. Measures of component importance in repairable multistate systems: a numerical study // Reliability Engineering & System Safety. 2011. Vol. 96. Pp. 1680-1690.

35. Ramirez-Marquez J.E., Coit D.W. Composite importance measures for multi-state systems with multistate components // IEEE Transactions on Reliability. 2005. Vol. 54. Pp. 517-529.

36. Ramirez-Marquez J.E., Coit D.W. Multi-state component criticality analysis for reliability improvement in multi-state systems // Reliability Engineering & System Safety. 2007. Vol. 92. Pp. 1608-1619.

37. Ramirez-Marquez J.E., Rocco C.M., Gebre B.A. et al. New insights on multi-state component criticality and importance // Reliability Engineering & System Safety. 2006. Vol. 91. Pp. 894-904.

38. Ross S. Introduction to probability models: 11th ed. San Diego (USA): Academic Press, 2014.

39. Si S., Dui H., Cai Z. et al. The integrated importance measure of multistate coherent systems for maintenance processes // IEEE Transactions on Reliability. 2012. Vol. 61(2). Pp. 266-273.

40. Si S., Dui H., Zhao X. et al. Integrated importance measure of component states based on loss of system performance // IEEE Transactions on Reliability. 2012. Vol. 61(1). Pp. 192-202.

41. Si S., Levitin G., Dui H. et al. Component state-based integrated importance measure for multi-state systems // Reliability Engineering & System Safety. 2013. Vol. 116. Pp. 75-83.

42. Si S., Liu M., Jiang Z. et al. System reliability allocation and optimization based on generalized Birnbaum importance measure // IEEE Transactions on Reliability. 2019. Vol. 68(3). Pp. 831-843.

43. Skutlaberg K., Natvig B. Minimization of the expected total net loss in a stationary multistate flow network system // Applied Mathematics. 2016. Vol. 7. Pp. 793-817.

44. Todinov M.T. Flow networks. Oxford (UK): Elsevier Insights, 2013.

45. Wu S., Coolen F. A cost-based importance measure for system components: an extension of the Birnbaum importance // European Journal of Operational Research. 2013. Vol. 225. Pp. 189-195.

46. Wu S., Chen Y., Wu Q. et al. Linking component importance to optimisation of preventive maintenance policy // Reliability Engineering & System Safety. 2016. Vol. 146. Pp. 26-32.

47. Zhu X., Fu Y., Yuan T. et al. Birnbaum importance based heuristics for multi-type component assignment problems // Reliability Engineering & System Safety. 2017. Vol. 165. Pp. 209-221.

48. Zio E., Podofillini L. Monte-Carlo simulation analysis of the effects on different system performance levels on the importance on multistate components // Reliability Engineering & System Safety. 2003. Vol. 82. Pp. 63-73.

49. Zio E., Podofillini L. Accounting for components interactions in the differential importance measure // Reliability Engineering & System Safety. 2006. Vol. 91. Pp. 1163-1174.

50. Zio E., Podofillini L., Levitin G. Estimation of the importance measures of multistate elements by Monte Carlo simulation // Reliability Engineering & System Safety. 2004. Vol. 86. Pp. 191-204.

51. Zio E., Marella M., Podofillini L. Importance measures-based prioritization for improving the performance of multi-state systems: Application to the railway industry // Reliability Engineering & System Safety. 2007. Vol. 92. Pp. 1303-1314.

References

1. Amrutkar K.P., Kamalja K.K. An overview of various importance measures of reliability system. *International Journal of Mathematical, Engineering and Management Sciences* 2017;2(3):150-171.

2. Barlow R.E., Proschan F. Importance of system components and fault tree events. *Stochastic Processes and their Applications* 1975;3:153-173.

3. Birnbaum Z.W. On the importance of different components in a multicomponent system. In: Krishnaia P.R., editor. Multivariate analysis – II. New York: Academic Press; 1969. pp. 581-592.

4. Borgonovo E., Apostolakis G.E. A new importance measure for risk-informed decision making. *Reliability Engineering & System Safety* 2001;72:193-212.

5. Cai Z., Si S., Sun S., Li C. Optimization of linear consecutive-k-out-of-n system with a Birnbaum importance-based genetic algorithm. *Reliability Engineering & System Safety* 2016;152:248-258.

6. Cai Z., Si S., Liu Y., Zhao J. Maintenance optimization of continuous state systems based on performance improvement. *IEEE Transactions on Reliability* 2018;67(2):651-665.

7. Chacko V.M. New Joint Importance Measures for Multistate Systems. *International Journal of Statistics and Reliability Engineering* 2020;7(1):140-148.

8. Chacko V.M. On Birnbaum Type Joint Importance Measures for Multistate Reliability Systems. *Communications in Statistics – Theory and Methods* 2021;52(9):2799-2818. doi.10.1080/03610926.2021.1961000.

9. Chacko V.M. On joint importance measures for multistate reliability systems. *Reliability: Theory and Applications* 2021;16:286-293.

10. Chacko V.M. On Joint Importance Measures for Multistate System's Reliability. Operations Research: Methods, Techniques, and Advancements 2022;4(65):286-293.

11. Chacko V.M. On new joint importance measures for multistate reliability systems. In: Chapter 7. Computational Intelligence in Sustainable Reliability Engineering. Scrivener Publishing (Wiley); 2022.

12. Chacko V.M. (2022) Birnbaum joint importance measures for repairable multistate systems. *Communications in Statistics – Theory and Methods* (Under Review).

13. Chacko V.M., Manoharan M. Joint importance measures for the multistate system. In: Verma A.K., Kapur P.K., Ghadge S.G., editors. Advances in Performance and Safety of Complex systems. New Delhi: Macmillan. Pp. 308-314.

14. Chacko V.M., Manoharan M. Joint Importance measures for multistate reliability system. *Opsearch* 2011;48(3): 257-278.

15. Dinic E.A. Algorithm for solution of a problem of maximum flow in a network with power estimation. *Soviet Mathematics – Doklady* 1970;11:1277-1280.

16. Dui H., Si S., Zuo M.J., Sun S. Semi-Markov process-based integrated importance measures for multi-state systems. *IEEE Transactions on Reliability* 2015;64(2): 754–765.

17. Dui H., Li S., Xing L., Liu H. System performance-based joint importance analysis guided maintenance for repairable systems. *Reliability Engineering & System Safety* 2019;186:162-175.

18. Dui H., Zhang C., Zheng X. Component joint importance measures for maintenances in submarine blowout preventer system. *Journal of Loss Prevention in the Process Industries* 2020;63:1-10.

19. Ford L.R., Fulkerson D.R. Maximal flow through a network. *Canadian Journal of Mathematics* 1956;8:399-404.

20. Fussell J.B., Vesely W.E. A new methodology for obtaining cut sets for fault trees. *Transactions of the American Nuclear Society* 1972;15: 262-263.

21. Gri□th W. Multi-state reliability models. *Journal of Applied Probability* 1980;17:735-744.

22. Hosseini S., Barker K., Ramirez-Marquez J.E. A review of definitions and measures of system resilience. *Reliability Engineering & System Safety* 2016;145:47-61.

23. Huseby A.B., Kalinowska K., Abrahamsen T. Birnbaum criticality and importance measures for multistate systems with repairable components. *Probability in the Engineering and Informational Sciences* 2022;36(1):66-86.

24. Huseby A.B., Natvig, B. Advanced discrete simulation methods applied to repairable multi-state systems. In: Bris R., Soares C.G., Martorell S., editors. Reliability, risk and safety. Theory and applications, Vol. 1. London: CRC Press; 2010. Pp. 659–666.

25. Huseby A.B., Natvig B. Discrete event simulation methods applied to advanced importance measures of repairable components in multistate network flow systems. *Reliability Engineering & System Safety* 2012;119:186-198.

26. Levitin G., Lisnianski A. Importance and sensitivity analisis of multistate systems using the universal generating function. *Reliability Engineering & System Safety* 1999;65:271-282.

27. Levitin G., Podofillini L., Zio E. Generalised importance measures for multistate elements based on performance level restrictions. *Reliability Engineering & System Safety* 2003;82:287-298.

28. Natvig B. A suggestion for a new measure of importance of system components. *Stochastic Processes and their Applications* 1979;9:319-330.

29. Natvig B. New light on measures of importance of system components. *Scandinavian Journal of Statistics* 1985;12:43-54.

30. Natvig B. Measures of component importance in nonrepairable and repairable multistate strongly coherent systems. *Methodology and Computing in Applied Probability* 2011;13:523-547.

31. Natvig B. Multistate systems reliability theory with applications. New York (USA): John Wiley and Sons, Inc.; 2011.

32. Natvig B., Eide K.A., Gåsemyr J., Huseby A.B., Isaksen S.L. Simulation based analysis and an application to an offshore oil and gas production system of the Natvig measures of component importance in repairable systems. *Reliability Engineering & System Safety* 2009;94: 1629-1638.

33. Natvig B., Gåsemyr J. New results on the Barlow-Proschan and Natvig measures of component importance in nonrepairable and repairable systems. *Methodology and Computing in Applied Probability* 2009;11:603-620.

34. Natvig B., Huseby A.B., Reistadbakk M. Measures of component importance in repairable multistate systems: a numerical study. *Reliability Engineering & System Safety* 2011;96:1680-1690.

35. Ramirez-Marquez J.E., Coit D.W. Composite importance measures for multi-state systems with multistate components. *IEEE Transactions on Reliability* 2005;54: 517-529.

36. Ramirez-Marquez J.E., Coit D.W. Multi-state component criticality analysis for reliability improvement in multi-state systems. *Reliability Engineering & System Safety* 2007;92:1608-1619.

37. Ramirez-Marquez J.E., Rocco C.M., Gebre B.A., Coit D.W., Tortorella M. New insights on multi-state component criticality and importance. *Reliability Engineering & System Safety* 2006;91:894-904.

38. Ross S. Introduction to probability models, 11th ed. San Diego (USA): Academic Press; 2014.

39. Si S., Dui H., Cai Z., Sun S. The integrated importance measure of multistate coherent systems for maintenance processes. *IEEE Transactions on Reliability* 2012;61(2):266-273.

40. Si S., Dui H., Zhao X., Zhang S., Sun S. Integrated importance measure of component states based on loss of system performance. *IEEE Transactions on Reliability* 2012;61(1):192-202.

41. Si S., Levitin G., Dui H., Sun S. Component state-based integrated importance measure for multi-state systems. *Reliability Engineering & System Safety* 2013;116:75-83.

42. Si S., Liu M., Jiang Z., Jin T. System reliability allocation and optimization based on generalized Birnbaum importance measure. *IEEE Transactions on Reliability* 2019;68(3):831-843.

43. Skutlaberg K., Natvig B. Minimization of the expected total net loss in a stationary multistate flow network system. *Applied Mathematics* 2016;7:793-817.

44. Todinov M.T. Flow networks. Oxford (UK): Elsevier Insights; 2013.

45. Wu S., Coolen F. A cost-based importance measure for system components: an extension of the Birnbaum importance. *European Journal of Operational Research* 2013;225:189-195.

46. Wu S., Chen Y., Wu Q., Wang Z. Linking component importance to optimisation of preventive maintenance policy. *Reliability Engineering & System Safety* 2016;146:26-32.

47. Zhu X., Fu Y., Yuan T., Wu X. Birnbaum importance based heuristics for multi-type component assignment problems. *Reliability Engineering & System Safety* 2017;165:209-221.

48. Zio E., Podofillini L. Monte-Carlo simulation analysis of the effects on different system performance levels on the importance on multistate components. *Reliability Engineering & System Safety* 2003;82:63-73.

49. Zio E., Podofillini L. Accounting for components interactions in the differential importance measure. *Reliability Engineering & System Safety* 2006;91:1163-1174.

50. Zio E., Podofillini L., Levitin G. Estimation of the importance measures of multistate elements by Monte Carlo simulation. *Reliability Engineering & System Safety* 2004;86:191-204.

51. Zio E., Marella M., Podofillini L. Importance measures-based prioritization for improving the performance of multi-state systems: Application to the railway industry. *Reliability Engineering & System Safety* 2007;92:1303-1314.

Сведения об авторах

Чако В.М. – доцент и декан Департамента статистики колледжа Святого Фомы (автономного), Тиссур, Каликутский университет, Керала, Индия, 680001, e-mail: chackovm@gmail.com.

Франсон Э.С. – научный сотрудник Департамента статистики колледжа Святого Фомы (автономного), Тиссур, Каликутский университет, Керала, Индия, 680001.

Амрута М. – научный сотрудник Департамента статистики колледжа Святого Фомы (автономного), Тиссур, Каликутский университет, Керала, Индия, 680001.

About the authors

Chacko V.M., Associate Professor and Dean, Department of Statistics, St. Thomas College (Autonomous), Thrissur, University of Calicut, Kerala, India-680001, e-mail: chackovm@gmail.com.

Franson Ann Sania, Research Fellow, Department of Statistics, St. Thomas College (Autonomous), Thrissur, University of Calicut, Kerala, India-680001.

Amrutha M., Research Fellow, Department of Statistics, St. Thomas College (Autonomous), Thrissur, University of Calicut, Kerala, India-680001.

Вклад авторов

Чако В.М. – введение, обоснование критичности мер важности применительно к системе со множеством состояний; рецензирование статьи после обсуждения;

Франсон Э.С. – меры важности для двух компонентов системы со множеством состояний и их идея; рецензирование статьи после обсуждения;

Амрута М. – меры важности для трех компонентов системы со множеством состояний, иллюстрация и заключение; рецензирование статьи после обсуждения.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.